CBS

Colegio Bautista Shalom

Matemática Financiera II

Quinto PMP

Primer Bimestre

Contenidos

MATEMÁTICA FINANCIERA

- ✓ RAZÓN.
    - RAZÓN ARITMÉTICA O POR DIFERENCIA.
    - RAZÓN GEOMÉTRICA O POR COCIENTE.
    - PROPIEDADES DE LA RAZÓN GEOMÉTRICA.
    - RAZÓN INVERSA.
- ✓ PROPORCIONALIDAD.
    - PROPORCIÓN.
    - PROPORCIONALIDAD DIRECTA.
    - PROPORCIONALIDAD INVERSA.

NOTA: conforme vayas avanzando en tu aprendizaje, encontrarás ejercicios que debes resolver. Sigue las instrucciones de tu catedrático(a).

MATEMÁTICA FINANCIERA

La Matemática Financiera es el campo de la matemática aplicada, que analiza, valora y calcula materias relacionadas con los mercados financieros, y especialmente, el valor del dinero en el tiempo.

La matemática financiera es una rama dentro de la ciencia matemática que se ocupa del estudio del valor del dinero a través del tiempo y de las operaciones financieras, es decir, no es otra cosa que la aplicación de las matemáticas en el ámbito de las finanzas.

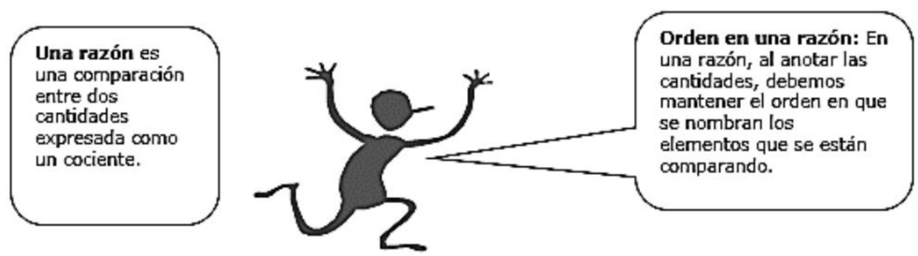
Las matemáticas financieras se hallan en estrecha vinculación con la contabilidad, ya que la información que toma para llevar a cabo sus evaluaciones es justamente aquella que ha sido asentada en los libros contables oportunamente. Las Matemáticas Financieras se refieren al cálculo de los factores que conforman el Mercado Financiero. La existencia de un Mercado viene dada por la presencia de un "bien escaso": nos referimos en este caso al Capital, uno de los recursos básicos de la actividad económica. Bien es cierto que el Mercado Financiero no se refiere al Capital "per se" (por sí mismo) sino que incorpora una dimensión fundamental: el tiempo.

En realidad, lo importante del Capital, del dinero es que este se pueda mover en el tiempo y que podamos hallar su valor en distintos momentos. Ante la pregunta: ¿Que preferiría usted, cobrar 1.000 hoy o 1.000 dentro de un mes? La respuesta parece obvia, 1.000 hoy. Pero si la pregunta fuese ¿1.000 hoy o 1.050 dentro de un mes? La respuesta no lo sería tanto. Dependería de la necesidad de la persona, pero también de cuánto podría ganar durante ese mes. De esta manera, si con 1.000 invertidos durante un mes pudiese obtener más de 50, al cabo de un mes tendría más de 1.050 por lo que preferiría cobrar 1.000 hoy e invertirlos por su cuenta. Si sólo pudiese obtener menos de 50, preferiría 1.050 dentro de un mes.

Las matemáticas financieras van más allá y nos proveerán de las herramientas para poder contestar a la pregunta ¿Cuánto valen hoy 1.050 que se cobrarán dentro de un mes? Las matemáticas financieras se ocupan del cálculo del valor, tipo de interés o rentabilidad de los distintos productos que existen en el mercado financiero (ahorros, préstamos, descuentos, intereses...)

RAZÓN

Definición. Razón o relación de dos cantidades es el resultado de comparar dos cantidades. Razón es la relación que se establece entre dos cantidades de la misma especie, considerando, al compararlas, qué múltiplo, parte o partes, es una cantidad de la otra.



La razón de A a B se expresa usualmente A: B.

Las cantidades A y B se llaman términos de la razón. Al primer término se le llama antecedente y al segundo consecuente. Para encontrar qué múltiplo o parte es A de B, dividimos A por B; por consiguiente, la razón A: B puede ser medida por la fracción, notación que es más conveniente usar en la mayoría de los casos. Para que dos cantidades se puedan comparar deben estar expresadas en la misma unidad.

Así la razón de 2 m a 15 dm, se mide por la fracción $\frac{2\times10}{15}$; o sea: 200 / 15 que es igual a: $\frac{4}{3}$

El concepto de razón esta descrito como una relación, en la que se comparan dos cantidades para averiguar qué múltiplo, parte o partes, es una cantidad de la otra. Esto se logra dividiendo el antecedente por el consecuente, lo que se menciona como una medición.

Otra definición. Razón o Relación de dos cantidades es el resultado de **comparar** dos cantidades. Dicha comparación podría indicarse como una razón, en cuatro formas distintas, de este modo:

- ✓ a:b
- ✓ a ÷ b

- $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}$
- La razón de a es b.

Así, la razón de 8 a 4 se puede escribir:

- 8:4
- 8÷4
- $\frac{8}{4}$
- Razón de 8 a 4

De modo general, podemos decir que, una **razón es un cociente entre dos cantidades**. El valor de ese cociente se llama **valor** de la razón.

Si se tiene dos cantidades **a** y **b**, se dice **"a es a b"** y se escribe: $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}$

Se acostumbra a llamar al primer término de la razón como antecedente, al segundo término como consecuente y al resultado de la división entre antecedente y consecuente como valor de la razón. No confundir la representación de una razón como fracción con el concepto de fracción. Por ejemplo:

La fracción $\frac{2}{3}$, indica que de un todo que se particionó en tres partes iguales, se han considerado 2 partes (del todo). En cambio la razón $\frac{2}{3}$, puede indicar que un automóvil recorrió 2 kilómetros en 3 minutos. (No hay relación parte-todo)

En una fracción numerador y denominador son números enteros, en cambio en una razón antecedente y consecuente no necesariamente con números enteros. Por ejemplo:

$$\frac{5}{2} \qquad \frac{5,2}{2} \qquad \frac{1,5}{3,2} \qquad \frac{5}{\frac{7}{5}} \qquad \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$$

Antecedente	5	5.2	1.5	5	1/2
Consecuente	2	2	3.2	7/5	3/4

Así, en la razón **8 ÷ 4**, el antecedente es 8 y el consecuente 4. Hay que tener presente que las comparaciones por medio de una razón se hacen en unidades del mismo tipo. Por ejemplo, para expresar la relación entre 6 m y 30 cm ambas cantidades deben expresarse en la misma unidad. Entonces, la forma apropiada para esta relación es 600 cm.: 30 cm., no 6m: 30 cm.

Ejemplos:

1. Suponga que en un curso hay 13 hombres y 25 mujeres.

   Entonces "la razón" entre hombres y mujeres del curso es: $\frac{13}{25}$
   se lee "13 es a 25"

2. En una caja hay 5 bolas rojas y 7 verdes.

La razón entre las bolas verdes y las bolas rojas es: $\frac{7}{5}$
se lee "7 es a 5"

3. Supongamos que dos amigos pagaron una cuenta de restaurante de 12,600 en la razón 3:5. ¿Cuánto canceló cada uno? Si la razón es 3: 5, ello significa que lo que canceló uno son 3 partes y lo que canceló el otro son cinco partes. Luego, los $12600 corresponden a 8 partes; y el valor de cada parte de calcula: 12,600: 8 = 1,575. Por lo tanto, el que canceló 3 partes, pagó 1,575 * 3 = 4,725, mientras que el otro canceló: 1,575 * 5 = 7,875

4. Alejandro que está en tercer semestre de Administración de Empresas ha realizado 15 exámenes, de éstos aprobó 12. Esto nos indica lo siguiente:

   - ✓ Reprobó 3 exámenes
   - ✓ Los exámenes aprobados representan: $12/15 = 4/5 = 0.80$
     o sea 80% del total de exámenes presentados.
   - ✓ Los exámenes reprobados representan: $3/5 = 1/5 = 0.20$
     o sea 20% del total de exámenes presentados *

Observamos que para estas comparaciones tomamos el número que deseamos comparar como numerador y aquél contra el que comparamos como denominador y obtuvimos el cociente, si lo multiplicamos por 100 lo convertimos a por ciento, que nos da una idea más clara de la razón que hay entre los dos números.

Propiedades de las razones

Como vemos en los ejemplos, debido a que la razón de dos cantidades no es más que una división indicada o una fracción, las propiedades de las **razones** serán las propiedades de las fracciones o quebrados.

- ✓ Si el antecedente (equivale al numerador) de una razón se multiplica o divide por un número, la razón queda multiplicada o dividida por ese número.
- ✓ Si el consecuente (equivale al denominador) de una razón se multiplica o divide por un número, la razón queda divida en el primer caso y multiplicada en el segundo por ese mismo número.
- ✓ Si el antecedente y el consecuente de una razón se multiplican o dividen por un mismo número, **la razón no varía**.

De acuerdo con estas propiedades, los términos pueden reducirse o aumentarse o simplificarse. Por ejemplo: para reducir la razón 15:20 a los términos de menor valor se escribe la razón como una fracción y luego se procede como éstas.

Entonces, 15:20 se transforma en $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

Y se lee 15 es a 20 como 3 es a 4. Por tanto, la razón de 15:20 es la misma que la razón de 3:4. De acuerdo a las propiedades de las razones o de las fracciones decimos que una razón puede ser: Aritmética o por diferencia, o Geometría o por cociente.

RAZÓN ARITMÉTICA O POR DIFERENCIA

Es la diferencia que se da entre 2 cantidades. Como su operación básica es la sustracción o resta, La Razón Aritmética se puede dar de 2 formas: separando las cantidades por el signo de la sustracción (-) o por medio de un punto (.).

6 - 2 = 4
4 → Valor de la Razon
2 → 2° Término (consecuente)
6 → 1° Término (antecedente)

Se lee: "6 excede a 2 en 4"; "6 es mayor que 2 en 4"; "2 es menor que 6 en 4"...

Propiedades de la Razón Aritmética

Son las mismas propiedades que en la resta o sustracción.

Si al antecedente de la razón aritmética se le suma o resta una cantidad, entonces el valor de la razón quedará aumentado o disminuido en dicha cantidad, respectivamente.

$$Si\ \ 6-2=4\Rightarrow\underbrace{6+3}_{9}-2=\underbrace{4+3}_{7}\ (\wedge)\ \underbrace{6-1}_{5}-2=\underbrace{4-1}_{3}$$

Si el consecuente de la razón aritmética quedase aumentado o disminuido en cierta cantidad, entonces el valor de la razón quedara disminuido, en el primer caso, o aumentado, en el 2do caso, en dicha cantidad.

$$Si\ \ 6-2=4\Rightarrow 6-\underbrace{(2-1)}_{-1}-=\underbrace{4+1}_{5}\ (\wedge)\ 6-\underbrace{(2+1)}_{-3}-=\underbrace{4-1}_{3}$$

Si al antecedente y al consecuente de una razón aritmética se le suma o se le resta una misma cantidad, entonces el valor de la razón no se verá afectado (permanecerá constante). A ambos términos o se les suma o se les resta la misma cantidad.

$$Si\ \ 6-2=4\Rightarrow\underbrace{6+1}_{7}-\underbrace{(2+1)}_{-3}=4\ \ (\wedge)\ \ \underbrace{6-1}_{5}-\underbrace{(2-1)}_{-1}=4$$

RAZÓN GEOMÉTRICA O POR COCIENTE

Es la razón que se establece por medio del cociente que se obtiene al dividir 2 cantidades. Se pueden representar en forma de fracción o por medio de 2 puntos o signo de la división.

6/2 = 3 <> 6 : 2 = 3

→ Valor de la Razon

→ 2° Término (consecuente)

→ 1° Término (antecedente)

Se lee "6 contiene 3 veces a 2", "2 está incluido en 6, 3 veces"…

PROPIEDADES DE LA RAZÓN GEOMÉTRICA

Son las mismas propiedades que en las fracciones.

Si el antecedente de la razón geométrica queda, multiplicada o dividida por una cantidad, el valor de la razón quedará también multiplicado o dividido por la misma cantidad, respectivamente.

$$Si\ \frac{6}{2}=3\Rightarrow\frac{\overbrace{6.5}^{30}}{2}=\underbrace{3.5}_{15}\ \ (\wedge)\ \ \frac{\overbrace{6:3}^{2}}{2}=\underbrace{3:3}_{1}$$

Si el consecuente de una razón geométrica queda multiplicado o dividido, por una cantidad entonces el valor de la razón quedará dividido, en el 1er caso; o multiplicado, en el 2do caso, por esa misma cantidad.

$$Si\ \frac{6}{2}=3\Rightarrow\frac{6}{\underbrace{2.3}_{6}}=\underbrace{3.3}_{1}\ \ (\wedge)\ \ \frac{6}{\underbrace{2:2}_{1}}=\underbrace{3:2}_{6}$$

Si el antecedente ya la consecuente de una razón geométrica se les multiplica o se les divide por una misma cantidad entonces el valor de la razón permanecerá constante.

$$Si\ \frac{6}{2}=3 \Rightarrow \frac{\overbrace{6.4}^{24}}{\underbrace{2.4}_{8}}=3\ \ (\wedge)\ \frac{\overbrace{6:5}^{6/5}}{\underbrace{2:5}_{2/5}}=3$$

RAZÓN INVERSA

Con frecuencia es útil comparar los números de una razón en el orden inverso. Para hacer esto simplemente intercambiamos el numerador y el denominador. Entonces, la inversa de 15:20 es 20:15. Cuando los términos de una razón se intercambian resulta una razón inversa.

La razón inversa de $\frac{a}{b}$ es $\frac{b}{a}$

Supuesto: 5 hombres...40 días

Pregunta: 8 hombres... X días

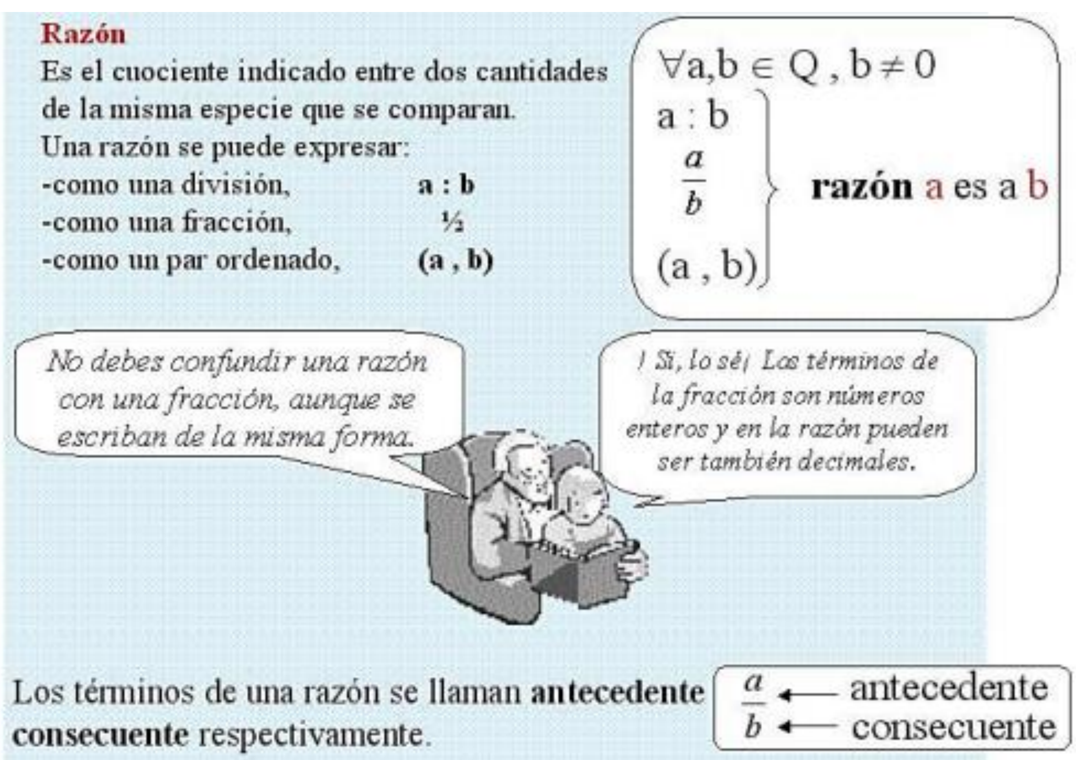
$$\frac{5}{8}=\frac{40}{?}$$

se invierten

$$\frac{8}{5}=\frac{40}{?}$$

5 x 40 ÷ 8 = 25

R = 25 días



Ejemplo •La razón **3** es a **7** se puede escribir de tres maneras

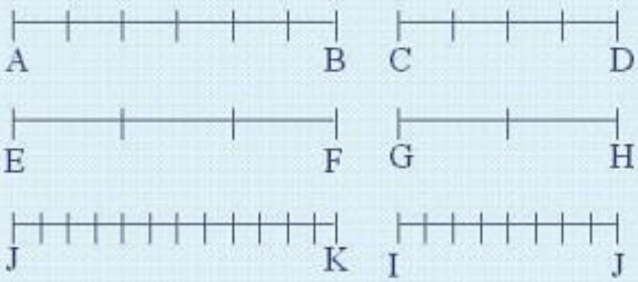
$3 : 7$ (antecedente ↗ ↖ consecuente)

$\frac{3}{7}$ ← antecedente / ← consecuente

$(3 : 7)$ (antecedente ↗ ↖ consecuente)

La razón no depende de las unidades que se utilicen para establecerla

Ejemplo Comparando AB con CD, EF con GH y JK con LM:



$\frac{6u}{4u} \rightarrow \frac{\cancel{6u}^{3}}{\cancel{4u}_{2}} \rightarrow \frac{3}{2}$

$\frac{3u'}{2u'} \rightarrow \frac{\cancel{3u'}}{\cancel{2u'}} \rightarrow \frac{3}{2}$

$\frac{12u''}{8u''} \rightarrow \frac{\cancel{12u''}^{3}}{\cancel{4u''}_{2}} \rightarrow \frac{3}{2}$

Ejercicio 1. Escriba las siguientes razones como una fracción y reduzca a los términos de menor valor.

1. La razón de 5 kg a 15 kg
2. Q16 : Q12
3. 16 ÷ 4
4. 1 mililitro a 1 centilitro
5. 5x a 10x
6. $3\frac{1}{3} : 4\frac{1}{2}$

Escriba la inversa de las siguientes razones:

7. La razón inversa de 6m a 18 m

8. $\frac{4}{8}$

9. 5 : 8

10. 15 a 21

11. Hallar la razón de:

a) 60 y 12

b) $\frac{11}{12}$ **y** $\frac{5}{6}$

c) 5:6 y 3:5

d) 3/8 y 0.02

12. Hallar la relación entre las edades de dos niños de 10 y 14 años.

13. Cite tres pares de números que estén en la relación de 2 y 3.

14. Cite tres pares de números cuya razón sea. $\frac{3}{4}$

15. Cite tres pares de números cuya relación sea de 1 a 6.

16. La razón de dos números es: $\frac{5}{6}$

Si el menor es 20, ¿Cuál es el mayor?

17. El mayor de dos números es 42 y la relación entre ambos es de 5 a 7. Hallar el número menor.

18. Dos números son entre sí como 2 es a 17. Si el menor es 14, ¿cuál es el mayor?

Ejercicio 2.

1. Escribe la razón en cada caso.

   a) Un auto con 8 litros de bencina recorre 72 km.
   b) Una llave gotea 100 c.c. en 5 horas.
   c) Un bus demora 60 minutos en recorrer los 80 kms que separan dos ciudades.

2. Manuel realizó la fiesta del curso, en la cual participaron 16 hombres y 20 mujeres.

   a) ¿Cuál es la razón entre el número de niñas y de niños?
   b) ¿Cuál es la razón entre los varones y el total de participantes?
   c) ¿Cuál es la razón entre el número de participantes y el total de niñas?

3. Una pareja de abuelos tiene 18 nietos y 20 nietas.

   a) ¿Cuál es la razón entre el número de nietas y el total de nietos?
   b) ¿Cuál es la razón entre los nietos y el total de nietos?
   c) ¿Cuál es la razón entre las nietas y los nietos?

4. Un curso se comprometió a plantar árboles. La secretaria del curso presenta un cuadro resumen de la cantidad de niños comprometidos para ésta actividad.

Árboles	Niñas	Niños
Ciruelos	4	6
Eucaliptus	4	8
Palmeras	8	10

   De acuerdo a los datos, escribe la razón entre:

   a) El número de niños que plantarán ciruelos y el total de niños del curso.
   b) El número de alumnos que plantarán ciruelos y el total de alumnos del curso.
   c) El número de niñas que plantarán ciruelos y el total de niñas del curso.
   d) El número de niñas que plantarán palmeras y el total de niñas del curso.
   e) El número de niños que plantarán palmeras y el total de niños del curso.

   ¿Qué parte del total de alumnos del curso se dedicará a plantar ciruelos?

   Determina qué parte del total de niños del curso se dedicará a plantar:

   a) Ciruelos.

b) Eucaliptus.
c) Palmeras.

Determina qué parte del total de niñas del curso se dedicará a plantar:

a) Ciruelos.
b) Eucaliptus.
c) Palmeras.

5. A través de la simplificación obtiene otras razones equivalentes con:

1.) 12 : 20 =	2.) 16 : 30 =	3.) 2.4 : 4=
4.) $\frac{15}{18} =$	5.) $\frac{15}{70} =$	6.) $\frac{42}{60} =$
7.) $\frac{0{,}8}{1{,}2} =$	8.) $\frac{3{,}6}{7{,}2} =$	9.) $\frac{22}{80} =$

6. Determina el valor de cada razón.

a.) $\frac{1}{2} =$	b.) $\frac{7}{9} =$
c.) $\frac{15}{20} =$	d.) $\frac{25}{5} =$
e.) $\frac{10}{0{,}5} =$	f.) $\frac{0{,}26}{0{,}2} =$
g.) $\frac{0{,}072}{0{,}6} =$	h.) $\frac{1{,}25}{0{,}5} =$
i.) $\frac{9}{0{,}003} =$	j.) $\frac{0{,}4}{0{,}02} =$
k.) $\frac{1}{2} : \frac{3}{4} =$	l.) $\frac{5}{8} : \frac{3}{10} =$
m.) $1\frac{2}{5} : 2\frac{7}{10} =$	n.) $1\frac{1}{3} : 1\frac{1}{6} =$

7. Un terreno rectangular mide 80 metros de largo y 60 metros de ancho y, además su diagonal mide 100 metros. Escribe la razón entre:

a) El largo y el ancho.
b) El ancho y el largo.
c) La diagonal y el largo.
d) La diagonal y el ancho.
e) El perímetro y el largo.
f) El perímetro y el ancho.
g) El largo y el perímetro.
h) El ancho y el perímetro.

i) Calcula el valor de las razones anteriores.

a.)	b.)	c.)	d.)
e.)	f.)	g.)	h.)

8. La relación entre la población y la superficie recibe el nombre de densidad poblacional y se expresa con la razón:

$$\text{Densidad} = \frac{\text{población}}{\text{Superficie}} = \frac{\text{nº de habitantes}}{\text{nº de kms}^2}$$

Determina la densidad en cada caso:

REGIÓN	POBLACIÓN	SUPERFICIE
V	1,384,336 hab.	16,396 kms^2
VII	836,141 hab.	30,302 kms^2
XII	143,198 hab.	132,034 kms^2

9. La diferencia de dos números es 21 y están en razón de 7:4. ¿Cuáles son los números?

10. Los lados de un rectángulo están en razón de 3: 2, si su perímetro es 40 cm. Calcular largo y ancho.

11. Se reparten 27,000 en razón de 5: 4. Determina cada parte.

12. La razón entre la rapidez del tren y del avión es de 2: 15. Si la rapidez del avión es de 600 Km/hr ¿Cuál es la del tren?

13. Dos números están en razón de 3: 4, si el mayor es 320 ¿cuál es el menor?

14. Las edades de un padre y sus hijos están en razón de 13:2:3. Si la suma de las edades de los hijos es 20 años ¿Qué edad tiene el padre?

15. Los lados de un rectángulo están en razón 2:3. Si el perímetro es 28 cm ¿cuánto mide el área del rectángulo?

16. Los ángulos interiores de un triángulo están a razón 2: 3: 5. Calcular el complemento del ángulo menor.

17. Un cordel se corta en cuatro trozos en la razón 2:3:4:5, si el largo del cordel es 280 cm. Calcular cuánto mide el trozo de menor tamaño.

18. El ángulo menor de un triángulo es 30, determinar el ángulo mayor, si los otros dos ángulos están en razón 2 : 3

19. Los ángulos agudos de un triángulo rectángulo están a razón 1:5. ¿Cuánto mide cada ángulo?

20. La edad de una hija es el 50% de la de su madre

    a) ¿En qué razón están sus edades?

b) Si la suma de sus edades es 42 años ¿Cuál es la edad de cada una?

21. Un estanque tiene $\frac{3}{4}$ de su capacidad con agua. ¿En qué razón están la parte vacía con la que tiene líquido.

22. Pedro gasta $\frac{1}{3}$ de su dinero en alimentación, y la mitad de lo que le queda en salud y educación, el resto a otros gastos. Escribe la razón entre:

a) Lo que gasta en alimentación y en otros.
b) Entre lo que gasta en salud y educación y el total de su sueldo.
c) Entre lo que dedica a otros gastos y el total.

23. Determina el valor, para que se cumpla la proporción

a) $\frac{3}{x}=\frac{4}{12}$ **b)** 2 : 3 = x : 6 **c)** 3 : 5 = 10 : x

d) $\left(3+\frac{1}{2}\right):3=x:4$

Evaluación 1.

1. En un curso, la razón entre los hombres y las mujeres es 3:5. Sí el número total de alumnos es 40, ¿cuántos hombres y mujeres hay?
2. La suma de dos números es 32 y están a la razón de 1:3, ¿cuál es el mayor de ellos?
3. La diferencia de dos números es 8 y su 5:4, ¿cuál es el mayor de ellos?
4. Los ángulos interiores de un triángulo están a razón de 2:3:5. ¿Qué tipo de triángulo es?
5. Dos amigos se reparten 3,500 a razón de 3:4. ¿Cuál es la diferencia entre lo que reciben ambos?
6. En un curso hay 15 hinchas del Deportivo Zacapa; 10 de Universidad de Zacapa y 5 del Deportivo FC Los Feos.
   - **a.** ¿Cuál es la razón entre los hinchas de la Universidad de Zacapa y Deportivo Zacapa?
   - **b.** ¿Cuál es la razón entre los hinchas de la Deportivo FC Los Feos y los de la Universidad de Zacapa?
   - **c.** Si el curso es de 40 alumnos ¿cuál es la razón entre los alumnos hinchas de la Universidad de Zacapa, Deportivo FC Los Feos y Deportivo Zacapa, en relación al resto de curso?
   - **d.** ¿Cuál es la razón entre los hinchas de Deportivo Zacapa y los alumnos del curso?
7. En un curso de 36 alumnos, 12 han pagado sus cuotas, ¿cuál es la razón entre los alumnos que no han pagado sus cuotas y el total de alumnos del curso?
8. Una taza llena al ras contiene 150g de harina y tiene 240g de azúcar.
   - **a.** ¿Cuál es la razón entre la cantidad de harina y azúcar que puede contener la taza?
   - **b.** ¿Cuál es la razón entre la cantidad de harina y azúcar que pueden contener 2 tazas? ¿Y tres tazas?
9. Romina compró 4 chocolates en 1,200, si Julio compró 5 de los mismos chocolates.
   - **a.** ¿Cuánto pagó por ellos?
   - **b.** ¿Qué relaciones encontraste?
   - **c.** ¿Cómo resolviste el problema?
10. En una fiesta la razón entre los hombres y las mujeres es 3:5. Si en la fiesta hay 12 hombres, ¿cuántas personas hay en la fiesta?
11. En una tienda se venden dulces nacionales e importados, a razón de 3:2 Si sabemos que al día se vende 255 dulces nacionales, ¿Cuántos dulces importados se venden al día?
12. En una fiesta se invitaron a niños y niñas. Si sabemos que acudieron en una proporción de 6 niñas por cada 4 niños, y en la fiesta hay 32 niños ¿Cuántas niñas fueron?
13. Para armar una mesa, se necesitan 14 tornillos. ¿Cuántos tornillos necesitamos para armar 9 mesas?
14. En una caja tenemos 45 canicas azules y 105 canicas rojas. Exprese la razón. La expresamos como 45:105 y dividiendo entre 15, tenemos que la razón es de 3:7 (tres por cada siete), o sea, tres canicas azules por cada siete canicas rojas.
15. En una clase de un colegio cada pelota es utilizada por cada equipo de cinco niños, o sea que tenemos cinco alumnos por cada pelota de fútbol. Exprese la razón. Tenemos entonces en este ejemplo de razón

que la relación entre alumnos – pelotas es 5 a 1. Esta razón se escribe 5:1 y concluimos que existe una razón de cinco alumnos por cada pelota de fútbol.

16. En un estacionamiento hay coches de fábricas asiáticas y de fábricas americanas. Exprese la razón. Esto nos dará que la razón es de 1740/1320. Para simplificarla, la dividimos primero entre 10, lo que nos deja 174/132. Si ahora lo dividimos entre 6, tendremos la razón 29:22, o sea que en el estacionamiento hay 29 automóviles asiáticos por cada 22 automóviles americanos.

17. La mamá de Pedro acostumbra a preparar 5 panecillos dulces con 1/2 kilo de harina, para la once familiar de cada día domingo. El panadero del barrio pidió la receta a la mamá de Pedro para elaborar sus panecillos y ofrecerlos a su clientela. La demanda semanal por los panecillos obedeció a la siguiente tabla.

18. En 2006 se da un brote de mononucleosis infecciosa. En este brote, enferman un total de 23 individuos. De estos 15 son varones, y 8 son mujeres. Exprese la razón de mujeres enfermas y hombres enfermos.

19. De los 23 casos de mononucleosis infecciosa detectados en 2006, 21 de ellos su agente etiológico es el virus de Epstein-Barr (VEB), mientras que en dos de los casos el agente causante de la enfermedad es el citomegalovirus (CMV). Exprese la razón de casos causados por VEB.

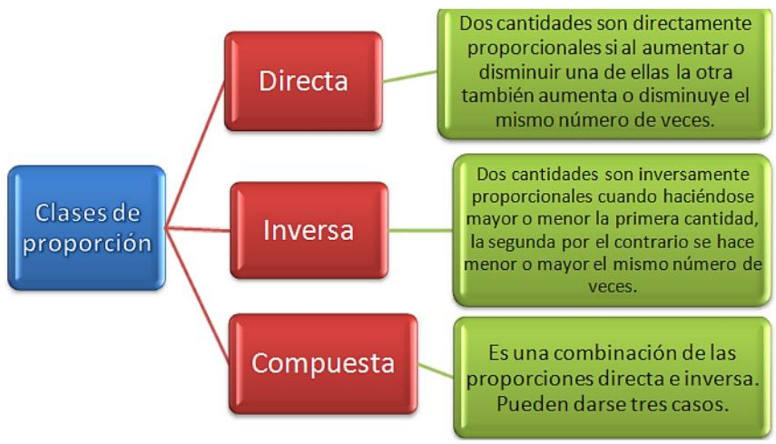
20. Si hay un niño y tres niñas, Exprese la razón de varias formas.

PROPORCIONALIDAD

Concepto de proporcionalidad

La **proporcionalidad** es una relación entre magnitudes medibles. Es uno de los escasos conceptos matemáticos ampliamente difundido en la población. Esto se debe a que es en buena medida intuitiva y de uso muy común.

La proporcionalidad directa es un caso particular de las variaciones lineales. El factor constante de proporcionalidad puede utilizarse para expresar la relación entre cantidades.



Ejemplo: Observa el dibujo y construye una tabla que relacione la altura de cada rectángulo con su base.

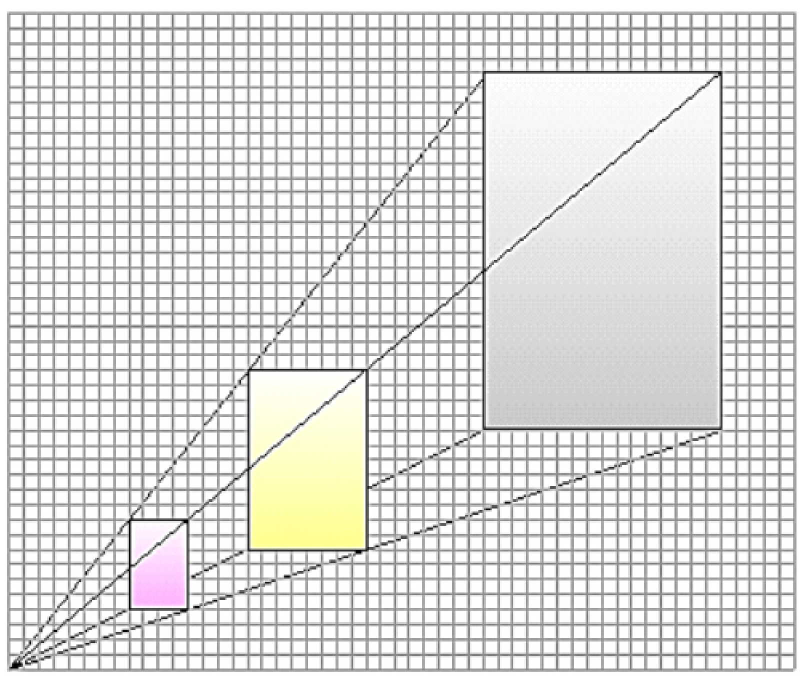
- ✓ A **doble** base corresponde **doble** altura.
- ✓ A **triple** base corresponde **triple** altura.
- ✓ A **cuádruple** base corresponde**....______** altura.

Cuando podemos utilizar este tipo de expresiones:

- ✓ a doble.............. doble,
- ✓ a mitad.............. mitad,
- ✓ a triple .... triple,
- ✓ a un tercio..........un tercio...

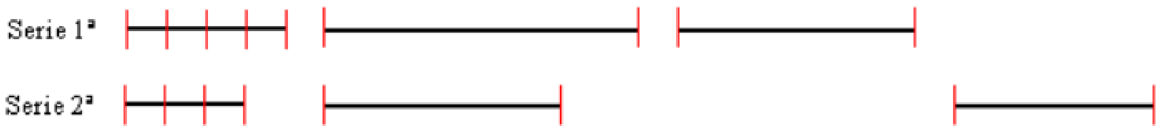
Decimos que las dos magnitudes son directamente proporcionales.

Del dibujo decimos que: "Las longitudes de las bases son **directamente proporcionales** a las longitudes de las alturas".

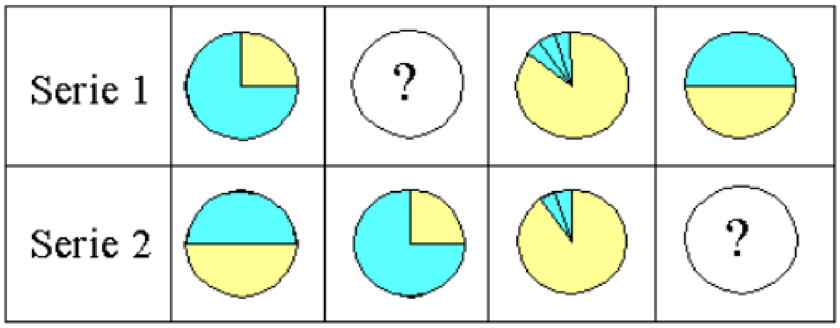


Ejercicio 3.

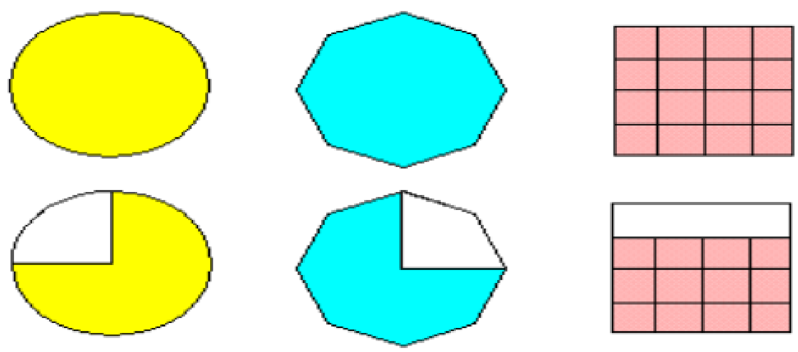
1. Dibuja los segmentos correspondientes sabiendo que la razón de proporcionalidad es 3/4.



2. Completa la serie de dibujos sabiendo que la razón de proporcionalidad es 2/3.



3. ¿Cuál es la razón de proporcionalidad?



PROPORCIÓN

Una proporción es una igualdad entre dos razones. Si las razones son a:b y c:d que forman una proporción, entonces se escribe esta proporción como

- ✓ a : b = c : d

  Que se lee "a es a b como c es a d"

A los números a y d se les llama extremos y a los números b y c se les llama medios.

PROPORCIÓN: Una proporción es la igualdad de dos razones $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, y se lee "a es a b como c es a d. A los términos "b" y "d" se les llama medios y a los términos "a" y "c" extremos.

Ejemplo 1

$\frac{30}{15} = \frac{2}{1}$ forman proporción, pues $30 \cdot 1 = 15 \cdot 2$

Ejemplo 2

$\frac{52}{20} \neq \frac{6}{3}$ no forman proporción,

pues $52 \cdot 3 \neq 20 \cdot 6$

Una **proporción** está formada por los números a, b, c y d, si la razón entre a y b es la misma que entre c y d.

Una proporción está formada por dos razones iguales:

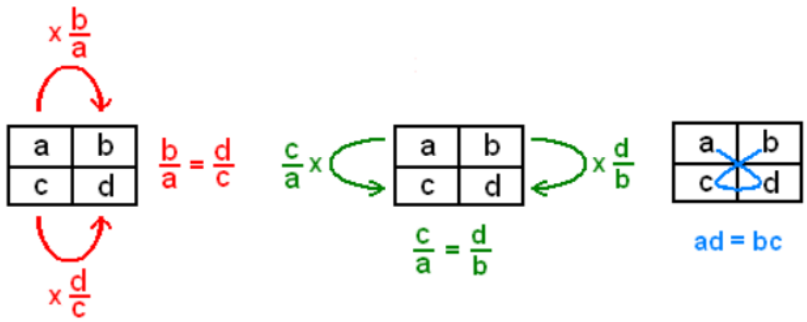
a : b = c : d dónde a, b, c y d son distintos de cero y se lee *a es a b como c es a d* .

Proporción múltiple:

Una serie de razones está formada por tres o más razones iguales:

- ✓ a : b = c : d = e : f
- ✓ y se puede expresar como una proporción múltiple:
- ✓ a : c : e = b : d : f

En la proporción formada por dos razones iguales a : b = c : d hay cuatro términos; a y d se llaman **extremos**; c y b se llaman **medios**. Las propiedades de la proporcionalidad se ilustran preferentemente con tablas de cuatro casillas.



Teorema fundamental de las Proporciones: en toda proporción se cumple **SIEMPRE** que el producto de los extremos es igual al de los medios.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow ad=bc$$

Propiedades de las Proporciones

Si: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ entonces:

Alternar Extremos: $\frac{d}{b}=\frac{c}{a}$

Alternar médios: $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$

Permutar: $\frac{c}{d}=\frac{a}{b}$

Invertir: $\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$

Componer respecto al Antecedente y Consecuente respectivamente:

$$\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d} \qquad \frac{a+b}{a}=\frac{c+d}{c}$$

Ejemplo 1

$$\frac{6}{4}=\frac{x}{2}$$

se desconoce un medio

$$\frac{6}{4}=\frac{x}{2} \Rightarrow 6\cdot 2=4\cdot x \Rightarrow$$

$$x=\frac{6\cdot 2}{4}=\frac{12}{4}=3$$

Ejemplo 2

$$\frac{6}{4}=\frac{3}{x}$$

se desconoce un extremo

$$\frac{6}{4}=\frac{3}{x} \Rightarrow 6\cdot x=4\cdot 3 \Rightarrow$$

$$x=\frac{4\cdot 3}{6}=\frac{12}{6}=2$$

Descomponer respecto al Antecedente y Consecuente respectivamente:

$$\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d} \qquad \frac{a-b}{a}=\frac{c-d}{c}$$

Componer y descomponer a la vez: $\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$

Serie de Razones: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=.......=\frac{x}{y} \Rightarrow \frac{a+c+e+.....}{b+d+f+.....}=\frac{x}{y}$

Cuando aplicamos proporciones a la solución de problemas observamos que la relación entre dos cantidades variables produce una de dos tipos de proporciones: directa, inversa o compuesta.

Aplicación

Dos albañiles construyen un muro de doce metros de superficie en tres horas; ¿Qué superficie construirán cinco albañiles en cuatro horas?

Hay dos parámetros que influyen en la superficie construida: El número de albañiles y el tiempo de trabajo. Afirmar que el trabajo realizado es proporcional al número de albañiles equivale a decir que todos los obreros tienen la misma eficacia al trabajo (son intercambiables); y afirmar que la superficie es proporcional al tiempo de trabajo supone que el rendimiento no cambia con el tiempo: los albañiles no se cansan.

albañiles	tiempo (horas)	superficie (metros^2)
2	3	12
2	4	16
5	4	40

$\times\frac{4}{3}$ $\quad$ $\frac{5}{2}\times$ $\quad$ $\times\frac{5}{2}$

¿Qué superficie construirían dos albañiles en cuatro horas? El parámetro "número de albañiles" tiene un valor fijo, luego se aplica la proporcionalidad con el tiempo (sub tabla roja). La superficie construida será multiplicada por 4/3. Luego, fijando el parámetro tiempo a cuatro horas, y variando él del número de obreros de 2 a 5, la superficie será multiplicada por 5/2 (la sub tabla azul es proporcional).

El resultado final es: $12\times\frac{4}{3}\times\frac{5}{2}=40$

La proporcionalidad múltiple se resuelve así, multiplicando por los coeficientes correspondientes a cada factor:

factor 1	factor 2	...	factor n	valor
v_1	v_2	...	v_n	a
v'_1	v'_2	...	v'_n	a'

$$a' = a \times \frac{v'_1}{v_1}\times\frac{v'_2}{v_2}\times\cdots\times\frac{v'_n}{v_n}$$

Clases de proporcionalidad

A menudo encontramos casos en que dos conjuntos se relacionan de las siguientes formas:

doble cantidad
triple cantidad
quinta parte

helados	precio
5 vasitos	$ 15
10 vasitos	$ 30
15 vasitos	$ 45
1 vasito	$ 3

doble precio
triple precio
quinta parte

PROPORCIONALIDAD DIRECTA

En la primera columna de la tabla se ubican las cantidades y en la segunda columna colocamos los precios que corresponden a esas cantidades.

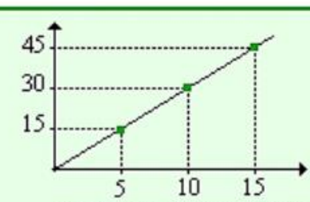


GRAFICO CARTESIANO

Al graficar una relación de proporcionalidad directa, los puntos graficados se ubican sobre una recta que pasa por el origen.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Definiciones:

- ✓ Dos magnitudes son directamente proporcionales si: Al **aumentar** una de ellas (doble, triple...) la otra **aumenta** de igual manera (doble, triple...).
- ✓ Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando al aumentar/disminuir una de ellas, la otra aumenta/disminuye en la misma proporción. En tal caso se verifica que: el cociente entre dos cantidades correspondientes de ambas, a y b, es constantes.
- ✓ Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando al multiplicar o dividir el valor de una de ellas por un número, el valor correspondiente de la otra queda multiplicado o dividido por el mismo número.

Ejemplo: Magnitud A: **libra de tomates.** Magnitud B. **Valor de la compra.** Suponemos que 1 libra de tomate cuesta 0.50.

Las magnitudes A y B son directamente proporcionales:

- ✓ Al valor 2 de la magnitud A le corresponde el valor 1.00 de la magnitud B. Multiplicamos 2 por 2.5 y obtenemos el valor 5 de A al que corresponde el valor 2.50 de B que es igual a 1.00 multiplicado por 2.5.
- ✓ Al valor 6 de la magnitud A le corresponde el valor 3.00 de la magnitud B. Dividimos 6 entre 2 y obtenemos el valor 3 de A al que corresponde el valor 1.50 de B que es igual 3.00 dividido entre 2.

Ejemplo: si 3 macetas cuestan 6, 9 macetas costarán 18. Si las macetas se triplican, el precio también se triplica: macetas= 3*3= 9 precio= 6*3=18.

Ejercicio 4:

1. Un camión avanza por una carretera a 50 km/h. Completa la siguiente tabla que relaciona el espacio recorrido con el tiempo invertido. ¿Es el espacio directamente proporcional al tiempo?

TIEMPO (horas)	1	2	3	5	1/2	1/4
ESPACIO (kilómetros)	50					

2. Una libra de peras cuesta 1.20 Completa la siguiente tabla. El dinero que pagamos por las peras ¿es directamente proporcional al peso?

PESO (libras)	1	2	3	10	1/2	1/3	1/4
PRECIO	1.20						

3. Subraya las magnitudes directamente proporcionales:

   a. El número de personas que van en un autobús y dinero que ganan
   b. La cantidad de pienso que gasta un granjero a la semana y el número de vacas que posee
   c. El tiempo que tenemos colocado un cántaro en la fuente y la cantidad de agua que recogemos
   d. El número de páginas de un libro y su precio

4. Una máquina fábrica 400 clavos en 5 horas. ¿Cuánto tiempo necesitará para hacer 1000 clavos? Las magnitudes son número de clavos y tiempo, se coloca una columna por cada una de ellas:

Número de Clavos	400	1000
Tiempo (h)	5	x

5. ¿Cuáles de los siguientes pares de magnitudes son directamente proporcionales? Justifica la respuesta

   a) La velocidad de un automóvil y el tiempo que tarda en realizar un mismo recorrido a una velocidad diferente.
   b) La distancia recorrida por un automóvil y el tiempo empleado, manteniendo la misma velocidad.
   c) La longitud del lado de un cuadrado y la superficie del mismo.
   d) La edad de un niño y su estatura.

6. Comprobar si las siguientes magnitudes son directamente proporcionales:

Magnitud A	**10**	**20**	**30**	**40**	**50**	**60**	**65**	**100**
Magnitud B	**15**	**30**	**45**	**60**	**75**	**90**	**97.5**	**150**
Magnitud C	**5**	**15**	**25**	**35**	**45**	**55**	**60**	**95**

PROPORCIONALIDAD INVERSA

Definición: dos magnitudes son inversamente proporcionales si: Al aumentar una de ellas (doble, triple...) la otra disminuye de igual manera (doble, triple...).

Dos magnitudes son inversamente proporcionales, cuando al aumentar/disminuir una de ellas, la otra disminuye/aumenta en la misma proporción, es decir, si una se multiplica por 3, la otra se divide por 3. En tal caso se verifica que: el producto de dos cantidades correspondientes de ambas, a y b, son constantes. Dicha constante se le denomina constante o razón de proporcionalidad inversa.

Ejercicio 5:

1. Un carro a velocidad de 60 km/h, tarda 30 minutos de ir de la población A a la B. Si fuera más deprisa ¿tardaría más o menos en el mismo recorrido? ¿Y si fuera más despacio? Completa la siguiente tabla que relaciona la velocidad y el tiempo invertido. ¿Cómo están relacionadas las dos magnitudes (velocidad y tiempo)?

Velocidad (km/h)	60	120	180	30	10	40
Tiempo (minutos)	30					

2. Sabiendo que cuatro tractores aran un campo en 6 horas, completa la siguiente tabla con los tiempos que se tardaría si hubiese otro número de tractores. ¿Cómo están relacionadas las dos magnitudes (velocidad y tiempo)?

Nº DE TRACTORES	4	2	1	3	6	8
TIEMPO (horas)	6					

3. Subraya las magnitudes inversamente proporcionales:

   a) El peso de un libro y el número de páginas que tiene
   b) El volumen de las cajas y el número de ellas que se pueden almacenar en una nave
   c) El número de hijos de una familia y el número de días de vacaciones
   d) La cantidad de agua que arroja una fuente y el tiempo que tarda en llenar un cántaro de 20 litros

Ejercicio 6. Problemas de proporcionalidad.

Problema resuelto. En una pila hemos recogido 20 litros de agua en cinco minutos ¿Cuántos litros recogeremos en nueve minutos?

En el doble de minutos recogeremos el doble de litros ⇒ son magnitudes **directamente proporcionales.**

1. Un corredor da seis vueltas a una pista en 18 minutos. Si sigue al mismo ritmo ¿Cuánto tardará en dar 8 vueltas? ¿Cuánto tiempo tardó en dar las 3 primeras vueltas?

   Para el doble de vueltas tarda ____________de minutos ⇒ son magnitudes __________________

6 vueltas	⇒	......minutos	Nº DE VUELTAS	6	1	8	3
1 vuelta	⇒	.... m	TIEMPO (minutos)				
8 vueltas	⇒	.... m					
3 vueltas	⇒	.... m					

2. He comprado en el supermercado 3 libras de harina por 0.90. ¿Cuánto me costarían 7 libras?

3. Una caja con 5 paquetes de leche pesa 6 libras. ¿Cuánto pesará una caja con 8 paquetes?

Problema resuelto. En una pila hemos recogido 18 litros de agua en cinco minutos ¿Cuántos litros recogeremos en siete minutos? En este método escribimos la proporción y hallamos el término que falta:

En el doble de minutos recogeremos el doble de litros	⇒	son magnitudes **directamente proporcionales**

TIEMPO	VOLUMEN	
18	5	$\frac{18}{7}=\frac{5}{x}\Rightarrow x=\frac{7\cdot 5}{18}=\frac{35}{18}=1{,}94$
7	X	

Por tanto, en 18 minutos recogemos 1.94 litros.

4. Un coche de carreras ha recorrido los 11 primeros kilómetros del circuito en 4 minutos ¿Cuánto tardará en recorrer 25km?

En el doble de minutos recorremos el ______ de kilómetros	⇒	son magnitudes ____________________

distancia	tiempo
11	

5. ¿Cuánto cuesta una libra de frijol sabiendo que 300 gramos cuestan 0.80?

6. Para hacer carne guisada para 3 personas se necesita lo siguiente. Calcula las cantidades necesarias para 4 personas.

   ✓ 3 ajos
   ✓ 1/2 libra de papas.
   ✓ 1/4 libra de zanahorias
   ✓ 100 cc de vino tinto

7. Si en 28 gramos de cierto tipo de galletas, hay 5 gramos de azúcar. ¿Qué cantidad de azúcar habrá en 100 gramos?
8. ¿Qué porcentaje de azúcar contienen las galletas del ejercicio anterior?
9. En el colegio Shalom hay 400 alumnos. 252 es el número de varones. Observa la tabla. ¿Qué porcentaje representan los varones? ¿Y las mujeres? Responde a lo mismo si en el colegio hubiera 825 alumnos, de los cuales 300 fueran chicos.

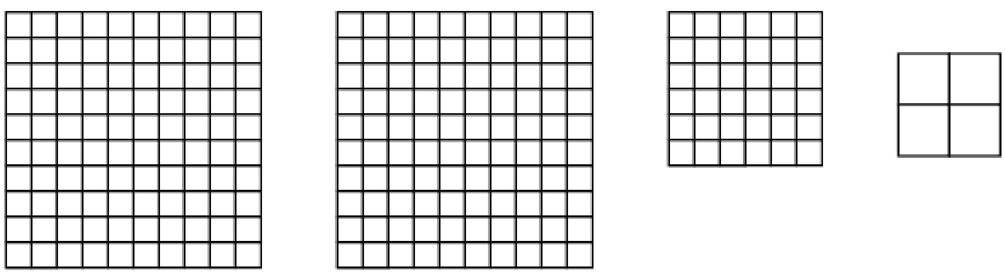
Varones	252	126	
Total de alumnos	400	200	100

10. En el colegio Shalom hay 350 alumnos. El 60 % de todos ellos son chicas. ¿Cuántas chicas hay? ¿Y chicos? ¿Cuál es el porcentaje de chicos? Observa esta tabla, quizás te de alguna idea para responder a la primera pregunta. ¿Y qué contestarías si en el colegio hubiera 700 alumnos? ¿Y 500?

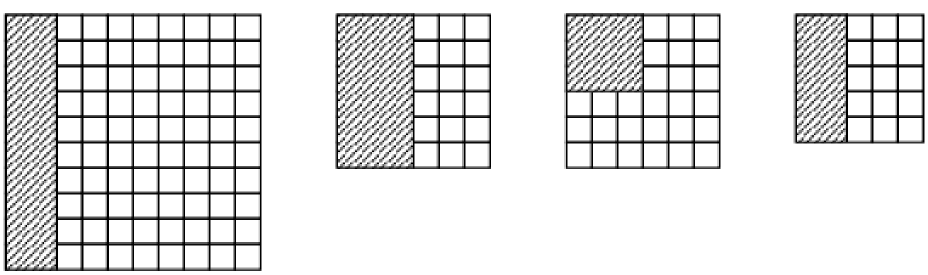
Chicas	60	30	180	
Total de alumnos	100	50	300	350

11. En el colegio Shalom cursan estudios de Algebra 220 alumnos. Se realiza una encuesta y 80 alumnos aseguran que "no les gusta estudiar". ¿Qué porcentaje de alumnos no quieren estudiar?

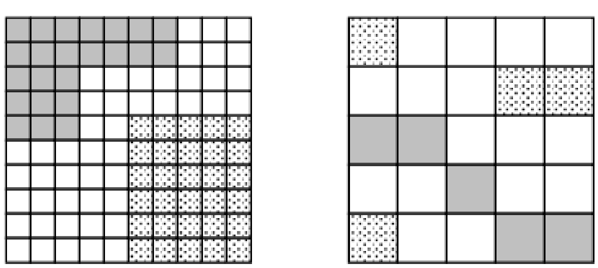
12. Colorea en los siguientes cuadrados: el 20%, el 37%, el 25% y el 75%



13. Expresa, en tanto por ciento, la superficie rayada en cada cuadrado



14. Indica, en los siguientes cuadrados: ¿Qué % está punteado? ¿Qué % está sombrado? ¿Qué % está en blanco?



15. Escribe una frase que exprese lo mismo pero con porcentajes:

a) "9 de cada 10 dentistas entrevistados optaron por un chicle sin azúcar"
b) "Las dos quintas partes de los alumnos de un Colegio son chicas"
c) "De 1000 personas encuestadas, 400 prefieren el pan integral"
d) "De cada cuatro habitantes del mundo, uno vive en China"
e) "De los 4 millones de habitantes de una ciudad, 3 millones y medio acudieron a la manifestación contra la corrupción"

Magnitudes inversamente proporcionales.

Problema resuelto (Método de reducción a la unidad)

Tres caballos consumen una carga de heno en 10 días ¿Cuántos días les durará una carga de heno a 5 caballos?

Para el doble de caballos, el heno dura la mitad de días. ⇒ son magnitudes **proporcionales inversamente**

3 caballos	⇒	10 días	CABALLOS	3	1	5
1 caballo	⇒	10 · 3 = 30 días	DÍAS	10	30	6
5 caballos	⇒	30 : 5 = 6 días				

16. Diez obreros construyen un dique en 8 días. ¿Cuánto tiempo invertirán, en el mismo trabajo, 16 obreros?

El doble de obreros tarda................................. de días.
Las dos magnitudes son .... proporcionales.

10 obreros	⇒	días	Nº DE OBREROS	10	1	16
1 obrero	⇒	días	Nº DE DÍAS	8		
16 obreros	⇒	días				

17. En un taller de confección, si se trabajan 8 horas diarias, tardan 5 días en servir un pedido. ¿Cuánto tardará en servir el pedido si se trabajan 10 horas diarias?

18. Adela, caminando a 4 km/h, tarda 20 minutos en ir de su casa al colegio. ¿Cuánto tardará si camina a 5 km/h?

19. Ocho médicos tardaron 50 minutos en vacunar a todos los niños de un colegio. ¿Cuánto tiempo tardarían 11 médicos?

20. ¿Cómo calculas el 2% de 160?
21. ¿Cómo calcularías el 32% de una cantidad?
22. "5 de cada 10" ¿qué porcentaje representa?
23. ¿Cómo calculas el porcentaje que representa una razón, por ejemplo 5 de 150?
24. ¿Qué significa que nos hacen un descuento del 10%?
25. ¿Cómo calculas el nuevo precio de un artículo si está rebajado en un 30%?
26. En la tienda de artículos deportivos "Muévete" venden raquetas de tenis por 100 pero después te aplican el 15% de descuento. En otra tienda, "Corre", venden la misma raqueta por 90 sin descuento ¿Cuál crees que es mejor?
27. En la tienda de artículos informáticos de un amigo mío, está a la venta un juego de ordenador por 50. En unos grandes almacenes, el mismo juego estaba la semana pasada a 60 pero ahora hacen un descuento del 20%. Mi amigo me hace un descuento del 10% ¿Dónde me resulta mejor de precio?
28. Calcula los precios de los siguientes productos después de las rebajas: 10% en prendas de vestir, 7% comida y bebida, 15% libros y discos

	Antes	Después		Antes	Después
Camisa	25		Pasteles	3.25	
Jugo	1.2		"El Quijote"	12.6	
Obras completas de Bach	115		Chaqueta de cuero	98	

Problemas de proporcionalidad. En cada uno de los ejercicios siguientes tienes que pensar si se trata de proporcionalidad directa o inversa y aplicar el método de resolución correspondiente.

29. De una fábrica salen dos camiones, uno con 250 televisores y el otro con 375 televisores iguales a los anteriores. Si la carga del primer camión es de 3125 kg, ¿Cuál es la carga del segundo camión?

30. Con el aceite que contiene un depósito se llenan mil botellas de dos litros. ¿Cuántas garrafas de cinco litros podrían llenarse con ese mismo depósito?

31. Un tiovivo da 18 vueltas en 3 minutos.

    a) ¿Cuánto tarda en dar una vuelta?
    b) ¿Cuánto tiempo invierte en un viaje de 21 vueltas?

32. Hemos tardado 6 minutos en llenar, en una fuente, un cántaro de 30 litros. ¿Cuánto tardaremos en llenar otro cántaro de 16 litros?

33. Para construir una pared en 10 días, se necesitan 18 trabajadores. ¿Cuántos trabajadores son necesarios para hacer ese mismo trabajo en 4 días?

34. ¿Cuánto pagaré, por 350 gramos de queso que está a 21 el kg?

35. Sabiendo que 1/4 kg de aceitunas valen 2.3 y que 1/4 kg de pepinillos valen 2.8 , ¿cuánto pagaré por 300 gramos de aceitunas y 400 gramos de pepinillos?

36. Un taller de ebanistería, si trabaja 8 horas diarias, puede servir un pedido en 6 días. ¿Cuántas horas diarias deber trabajar para servir el pedido en 3 días?

37. Un bólido, en una carrera, ha dado 5 vueltas al circuito en 8 minutos y 30 segundos. Si mantiene la misma velocidad, ¿cuánto tardará en dar las tres próximas vueltas?

38. Un granjero calcula que en su almacén tiene pienso para dar de comer a sus 20 vacas durante medio mes.

    a) ¿Cuánto tiempo le durará el pienso si vende 5 vacas?
    b) ¿Y si en vez de vender, compra 5 vacas?

39. Una rueda de carro da 4590 vueltas en 9 minutos. ¿Cuántas vueltas dará en 24 horas y 24 minutos?

40. Para terminar una obra, 8 trabajadores han necesitado 3 horas. ¿Cuánto tiempo necesitarán 10 obreros?

41. Para hacer arroz con leche para seis personas se necesitan 2 litros de leche y 500g de arroz ¿Qué cantidad será necesaria para 10 personas?

Problemas de porcentajes

Recuerda: un porcentaje es una proporción en la que una de las razones tiene como denominador 100.

Ejemplo: de los 150 vasos que fabrican mensualmente en una fábrica, 3 son defectuosos ¿qué porcentaje representa esta cantidad?

$$\frac{3}{150} = \frac{x}{100}, x = \frac{3 \cdot 100}{150} = 2$$, por tanto el 2% son defectuosos

42. De los 250 alumnos que hay en un colegio, hoy ha salido de excursión el 30%. ¿Cuántos alumnos han ido de excursión?

43. En un parqueo hay 280 carros, de los cuales el 35% son blancos. ¿Cuántos carros blancos hay en al aparcamiento?

44. Por haber ayudado a mi padre en un trabajo, éste me da el 12% de lo que le pagan a él por el trabajo. Si a mi padre le dan 50. ¿Cuánto me corresponde a mí?

45. El 15% de los alumnos de una clase están enfermos. Si en la clase son 20, ¿cuántos alumnos están enfermos?

46. Calcula :

35 % de 4000		16 % de 7250		15 % de 5500	
3 % de 2500000		El 34% de 200		El 0,7% de 200000	
85 % de 37500		20 % de 32550		El 15% de 5600	

47. Calcula mentalmente:

El 10% de 400=	El 20% de 1000=	El 25% de 800=
El 17% de 1000=	El 50% de 30=	El 75% de 400=
El 50% de 45=	El 12% de 10000=	El 30% de 10=
El 6% de 10000=	El 8% de 500=	El 0,7% de 1000=
El 13% de 1000=	El 10% de 568=	El 5% de 900=

¿Qué porcentaje expresan las fracciones siguientes?

a) $\frac{1}{2} =$ b) $\frac{1}{50} =$ c) $\frac{1}{4} =$ d) $\frac{3}{4} =$

e) $\frac{1}{5} =$ f) $\frac{4}{5} =$ g) $\frac{1}{10} =$ h) $\frac{7}{10} =$

49. Al terminar un partido de baloncesto aparece la relación de jugadores y las canastas obtenidas de 2 puntos. Calcula el porcentaje de aciertos de cada jugador. Ordénalos de mejor a peor

Jugador	Lanzados	Encestados	% aciertos
A	10	5	
B	4	4	
C	9	9	
D	8	8	
E	20	11	
F	12	8	

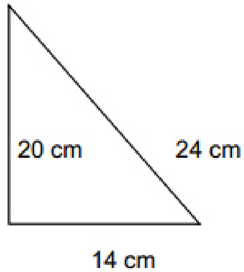
50. Completa la siguiente tabla:

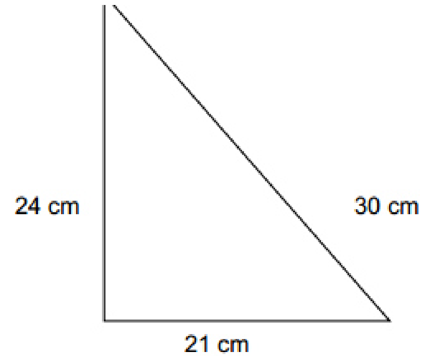
Porcentaje	15 %				45 %		85 %
Fracción			$\frac{18}{100}$			$\frac{10}{100}$	
Número decimal		0.2		0.3			

Evaluación:

Proporcionalidad directa

1. ¿Son proporcionales los lados de un triángulo que miden 14 cm, 16 cm y 20 cm con otro triángulo cuyos lados miden 21 cm, 24 cm y 30 cm respectivamente? En caso afirmativo, indica ¿En qué proporción es más grande el segundo triángulo?





2. Una fuente arroja 250 litros de agua cada minuto y medio. ¿Cuántos litros arrojará en una hora?
3. Se sabe que la altura y la sombra de un edificio son proporcionales. Si la sombra de un edificio de 30 m es de 8 m, ¿Qué altura tendrá otro edificio cuya sombra en el mismo momento mide 12 m?
4. En un pastel para 10 personas se tenían que emplear 5 huevos, 2 vasos y medio de leche, 75 gramos de mantequilla y 8 cucharadas de azúcar. ¿Qué cantidad de cada ingrediente habrá que emplear para 8 personas?
5. La constante de proporcionalidad directa entre dos números es 6/5 y el mayor es 12. ¿Cuál es el menor?
6. Una excursión tiene una relación chicos-chicas de 5 a 3. Se añaden 3 chicos más y la relación pasa a ser 2 a 1. ¿Cuántas personas hay en la excursión?

Repartos directamente proporcionales

7. Reparte partes directamente proporcionales a 1, 2, 3
8. En una biblioteca se colocan 2610 libros en dos muebles de 40 y 50 estantes. ¿Cuántos libros se colocarán en cada mueble si se reparten proporcionalmente al número de estantes de cada uno?
9. El profesor de los cursos A, B y C de 3º de Secundaria les ha dado a los alumnos una bolsa de etiquetas para identificar las puertas del colegio. Si la bolsa tiene 624 etiquetas y los cursos tienen 11, 13 y 15 alumnos, respectivamente, ¿cuántas le tocan a cada uno si cada alumno debe recibir la misma cantidad? ¿Y a cada grupo?
10. Tres jugadores de fútbol se reparten 36 000 en proporción directa al número de partidos que ha jugado cada uno. Si jugaron 12, 15 y 18 respectivamente, ¿cómo se repartirán el dinero?
11. Reparte 246,000 en partes directamente proporcionales a 1500, 2000 y 2500.
12. Se quieren repartir 396 m2 de un terreno entre tres familias, de forma directamente proporcional al número de hijos de cada una. Si cada familia tiene 2, 4 y 5 hijos respectivamente, ¿qué parte del terreno recibirá cada una?
13. El número de alumnos del colegio que están en 1º, 2º, 3º y 4º es proporcional a 2, 2.5, 3 y 3.5 respectivamente. Si en total hay 484 alumnos, ¿cuántos hay en cada curso?

Proporcionalidad inversa

14. Comprueba si las siguientes magnitudes son inversamente proporcionales y en caso afirmativo señala cuál es la constante de proporcionalidad inversa.
15. Si al repartir cierta cantidad de dinero entre 6 personas cada uno recibe 20. ¿Cuánto recibirán si se repartiese entre 15 personas? ¿Cuál es la constante de proporcionalidad inversa?

16. Con el agua de un depósito se llenan 630 botellas de 3/4 de litro, ¿cuántas botellas de 3/2 se necesitarán para almacenar la misma cantidad de agua?

17. El tiempo que tarda un vehículo en recorrer una distancia depende de la velocidad empleada. Completa la siguiente tabla. ¿Qué tipo de relación hay entre ambas magnitudes? ¿Cuántos kilómetros tiene el recorrido?

Velocidad (km/h)		90		120
Tiempo (horas)	5	3	2.5	

18. Un campamento de 45 alumnos tiene provisiones para 16 días, ¿cuántos días podrá durar el campamento si fuesen 15 alumnos más?

19. María tarda 42 días en preparar un examen estudiando 4 temas y medio diario, ¿cuántos temas debería estudiar cada día si solamente dispone de 35 días para preparar el examen?

Repartos inversamente proporcionales

20. Reparte 78 en partes inversamente proporcionales a 2, 3 y 4.

21. Reparte 518 en partes inversamente proporcionales a 8, 10 y 12.

22. Reparte 330 en partes inversamente proporcionales a 5 y 10.

Porcentajes
Aumentos y disminuciones porcentuales

23. El precio de la habitación de un hotel es 55 por día, si sube los fines de semana un 30%, ¿cuál es el valor del aumento?

24. Un apartamento está valorado en 80,000. Está previsto que se revalorice su precio un 5% por año. ¿Cuánto valdrá dentro de 3 años?

Porcentaje que representa una cantidad

25. Luis hace una limonada con 12 litros de agua y 8 litros de zumo de limón. ¿Cuál es el porcentaje de zumo de limón que hay en la limonada?

26. Un par de tenis cuesta 50 y tienen un descuento del 30%.

    a) ¿Cuántos euros se descuentan?
    b) ¿Cuánto hay que pagar?

27. Un cultivo de bacterias de un laboratorio tiene 120,000 bacterias y adquiere una enfermedad que produce la muerte del 16% de la población. Tratadas las bacterias supervivientes con un producto muy eficaz se consigue aumentar la población en un 14%. ¿Cuántas bacterias forman la población finalmente?

28. En la clase de 3º A, 15 de los 20 alumnos estudian francés como segunda lengua y en la clase de 3º B 18 de los 25 alumnos. Proporcionalmente, ¿dónde estudian francés más alumnos?

29. En un anuncio de rebajas dice: Pijamas: Antes 15.75, ahora, 11.95. Zapatos: Antes 39.90, ahora 29.95. Se quiere saber:

    a) ¿Están rebajados estos artículos proporcionalmente?
    b) Si no es así, ¿cuál lo está más?

30. Un artículo que vale 120, ante la excesiva demanda, sube un 20%. Luego, cuando se reduce la demanda, se rebaja un 20%. ¿Sigue valiendo lo mismo que antes?